



# Intégrer la connaissance des experts dans la démarche expérimentale par les Plans d'Expériences Flous Bayésiens : application à la conception d'un commutateur de puissance

Sylvain Rochon, Maurice Pillet

## ► To cite this version:

Sylvain Rochon, Maurice Pillet. Intégrer la connaissance des experts dans la démarche expérimentale par les Plans d'Expériences Flous Bayésiens : application à la conception d'un commutateur de puissance. Lambda mu 2000, Mar 2000, Montpellier, France. 12 p. hal-00976539

**HAL Id: hal-00976539**

**<https://hal.science/hal-00976539>**

Submitted on 11 Apr 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Auteurs :**

**Dr. Sylvain Rochon** – Directeur R&D, ITT Industries, BP 359, av. de Lattres de Tassigny, 30105 Dole Cedex – France  
 sylvain.rochon@cannon.de.ittind.com

**Dr. Maurice Pillet** - Professeur Agrégé, LLP CESALP,  
 Université de Savoie – IUT, 9 rue de l'arc en ciel, BP240, 74942  
 Annecy le Vieux CEDEX – France  
 Maurice.pillet@univ-savoie.fr

## Intégrer la connaissance des experts dans la démarche expérimentale par les Plans d'Expériences Flous Bayésiens : application à la conception d'un commutateur de puissance

### 1. Introduction :

Un nouveau commutateur de puissance d'ITT Industries, le commutateur PROXIMA, fut développé à la demande d'un fabricant de disjoncteurs électriques. Durant la phase de mise au point de ce produit, il apparut que la marge de durée de vie était trop faible en regard des spécifications UL/CSA.

Les essais de laboratoire donnaient des résultats de 15000 cycles minimum mais avec une augmentation de l'échauffement interne du commutateur au-delà des niveaux admissibles. La chute de tension à travers le commutateur est liée à l'augmentation de température interne à cause de l'élévation des résistances de contact pendant la vie du produit. De plus, dans ces conditions, le couple d'actionnement augmente à cause de l'augmentation du frottement des contacts, ce qui n'est pas acceptable.

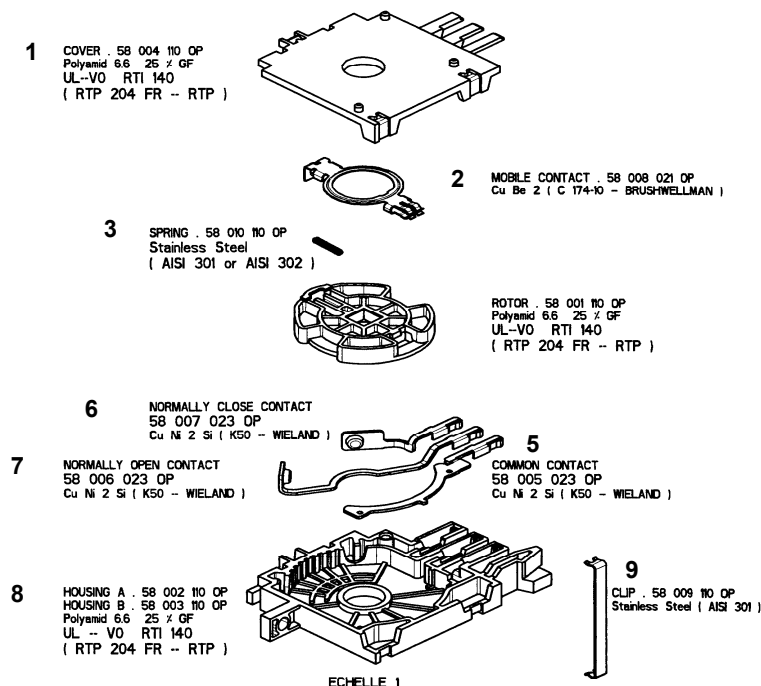
Il fut décidé d'améliorer le design du commutateur pour augmenter ses performances électriques et mécaniques. Une approche dynamique fut adoptée avec l'utilisation des plans d'expériences Taguchi dynamiques, afin d'optimiser le rapport Signal sur Bruit et de minimiser la pente  $\beta$  de la fonction tension appliquée / courant.

#### 1.1. Le commutateur PROXIMA :

Le commutateur PROXIMA est un commutateur rotatif de puissance, utilisé comme commutateur auxiliaire quadripole dans les disjoncteurs de puissance. Les spécifications générales sont :

250 à 600 V, 10 ampères en fonctionnement stabilisé, 225 ampères de courant pointe et 15000 manœuvres de commutation électrique selon une norme UL. Un éclaté du produit est présenté dans la figure 1.

**Figure 1 : éclaté du commutateur PROXIMA**



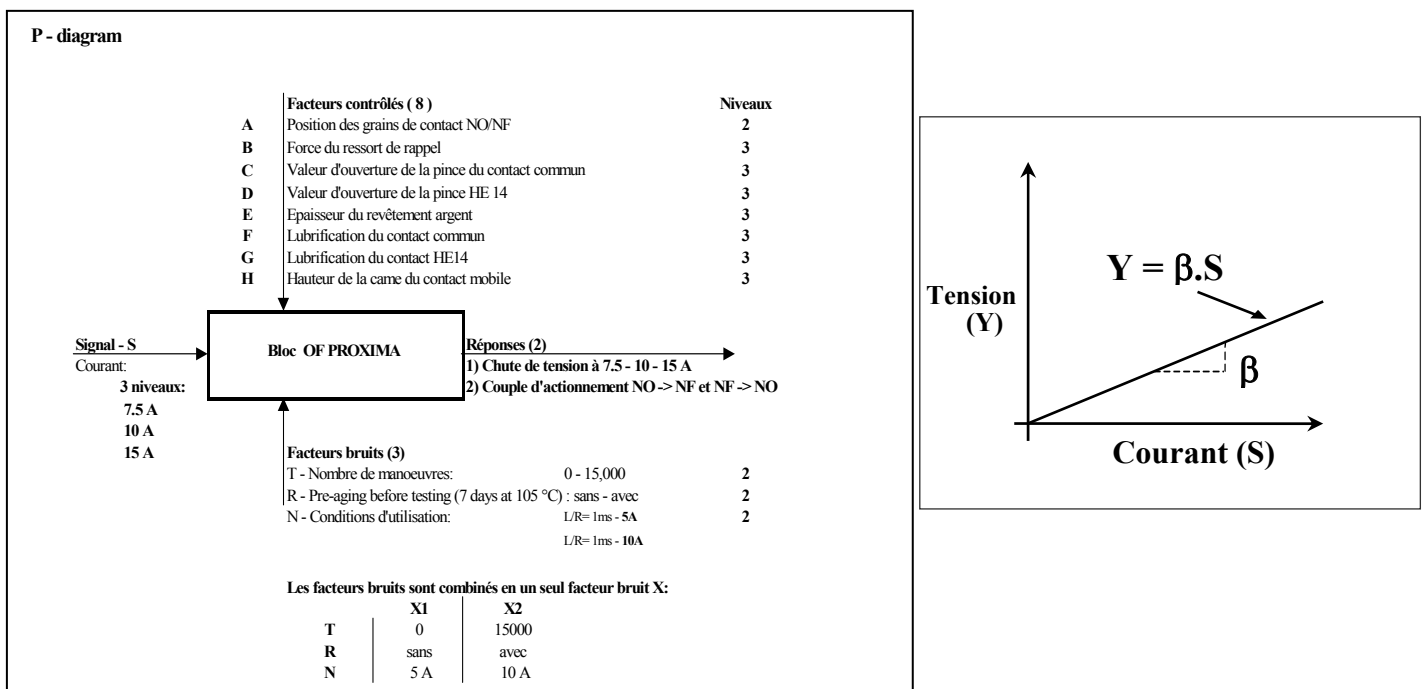
## 2. Objectifs de l'étude : [27]

L'objectif de l'étude était de déterminer la combinaison optimale des paramètres de conception qui minimisent l'augmentation de température des contacts et résultent en un plus grand nombre de manœuvres sans défaillance et sans augmentation de couple de fonctionnement.

Une des fonctions d'un commutateur électrique est de transmettre un courant électrique sans perte (échauffement résistif) avec un couple d'actionnement faible durant toute la vie du produit. Cela peut être représenté en utilisant le concept de la fonction idéale (figure 2). Un commutateur idéal exprime une fonction courant – tension avec la pente la plus faible, qui doit être la même à la première utilisation et après une utilisation intensive.

Le but d'une approche utilisant les plans d'expériences dynamiques de Taguchi est de rendre maximal le rapport Signal sur Bruit et de minimiser la pente  $\beta$  de la fonction idéale. Le rapport Signal sur Bruit est un indicateur qui évalue la fonction commutation sous l'influence de paramètres externes, appelés "facteurs bruits", qui ont un impact sur la performance du commutateur. Quand l'effet de ces facteurs bruits augmente, le rapport Signal sur Bruit diminue. L'indicateur de performance mesuré est la perte de tension (en mV) par rapport au courant traversant le commutateur. Le commutateur peut être modélisé à l'aide d'une méthode visuelle appelée "diagramme P" (figure 2).

Figure 2 : diagramme P et fonction idéale du commutateur



Le diagramme indique la relation entre les signaux d'entrée et de sortie sous l'influence des paramètres de conception et des facteurs bruits. Il y a trois types de paramètres d'entrée et un paramètre de sortie (la réponse). Les facteurs contrôlés sont sélectionnés par le concepteur, mais les facteurs bruit ne le sont pas sauf durant les expériences pendant lesquelles ils sont fixés pour évaluer leur impact sur le système. Le signal est le courant traversant le commutateur et c'est d'ailleurs aussi une sorte de bruit puisque le concepteur ne peut pas le maîtriser complètement. Les réponses est la chute de tension dans le commutateur (mV) ainsi que le couple de d'actionnement. Pour simplifier cette présentation, la seule réponse prise en compte dans la suite sera la chute de tension.

## 3. Plan d'expériences initial :

L'approche d'optimisation initiale a été basée sur un plan d'expérience dynamique de Taguchi. Il est de type orthogonal et est construit à partir d'une table Taguchi L18. Les facteurs et leurs niveaux associés sont présentés dans le tableau 1.

Ce plan d'expérience a été ensuite combiné avec des jugements d'experts à l'aide de la théorie de Bayes afin d'enrichir les résultats expérimentaux avec les données d'experts. Cette deuxième étape de l'étude sera développée dans le paragraphe §5.

Facteurs contrôlés		Facteurs bruits	
<b>A .. Position des pastilles contact</b>	Niveau 1 : - 0.2 mm Niveau 2 : 0.2 mm	<b>X .. Facteur bruit combiné</b>	
<b>B .. Force du ressort de rappel</b>	Niveau 1 : 1 N Niveau 2 : 2 N Niveau 3 : 4 N	<b>T</b>	<b>X1</b>
<b>C .. Ouverture du contact mobile</b>	Niveau 1 : 0.2 mm Niveau 2 : 0.4 mm Niveau 3 : 0.6 mm	<b>R</b>	<b>X2</b>
<b>D .. Ouverture du contact HE 14</b>	Niveau 1 : 0.3 mm Niveau 2 : 0.55 mm Niveau 3 : 0.8 mm	<b>N</b>	
<b>E .. Epaisseur du revêt. Ag</b>	Niveau 1 : aucun Niveau 2 : 1 µm Ag Niveau 3 : 2 µm Ag		
<b>F .. Lubrification contact commun</b>	Niveau 1 : sans Niveau 2 : graisse Niveau 3 : huile		
<b>G .. Lubrification contacts HE 14</b>	Niveau 1 : sans Niveau 2 : graisse Niveau 3 : huile		
<b>H .. hauteur de la came du CM</b>	Niveau 1 : sans Niveau 2 : actuel / 2 Niveau 3 : actuel		

Tableau 1 : facteurs et niveaux du plan d'expériences

## 4. Traitement du plan d'expériences initial : [9][10][14][15]

## 4.1. Données du plan d'expériences initial :

Chaque case du tableau a été complétée avec des données issues d'essais sur un commutateur construit en appliquant la combinaison des facteurs pour chacune des 18 lignes du plan d'expériences. Les mesures sont présentées dans le tableau 2.

									<b>S</b>	<b>Signal</b>	<b>7.5 A</b>		<b>10 A</b>		<b>15 A</b>	
									<b>T</b>	<b>cycles</b>						
									<b>Z</b>	<b>vieillis.</b>						
									<b>N</b>	<b>conditions</b>						
									<b>L8 -&gt;</b>		<b>X1</b>	<b>X2</b>	<b>X1</b>	<b>X2</b>	<b>X1</b>	<b>X2</b>
<b>Groupe 1</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>			<b>Tension (mV)</b>					
1	1	1	1	1	1	1	1	1			108	151	224	140	184	270
2	1	1	2	2	2	2	2	2			99	135	205	209	268	378
3	1	1	3	3	3	3	3	3			101	140	212	121	172	267
4	1	2	1	1	2	2	3	3			96	136	209	111	158	240
5	1	2	2	2	3	3	1	1			106	150	228	133	177	255
6	1	2	3	3	1	1	2	2			141	181	254	178	226	320
7	1	3	1	2	1	3	2	3			100	142	218	163	210	292
8	1	3	2	3	2	1	3	1			92	131	196	630	652	690
9	1	3	3	1	3	2	1	2			96	138	210	142	195	296
10	2	1	1	3	3	2	2	1			118	173	272	450	517	650
11	2	1	2	1	1	3	3	2			105	157	251	166	233	356
12	2	1	3	2	2	1	1	3			106	149	227	163	212	297
13	2	2	1	2	3	1	3	2			104	147	220	157	202	285
14	2	2	2	3	1	2	1	3			120	168	250	183	233	318
15	2	2	3	1	2	3	2	1			102	147	224	154	191	255
16	2	3	1	3	2	3	1	2			104	148	225	462	487	530
17	2	3	2	1	3	1	2	3			104	145	224	138	188	282
18	2	3	3	2	1	2	3	1			133	177	260	267	295	343

Tableau 2 : données du plan d'expériences initial

Chaque ligne de données brutes a été ensuite transformée en utilisant le rapport Signal sur Bruit  $\eta = 10 \log (\beta^2/\sigma^2)$  où  $\sigma^2$  est “l’écart” quadratique à partir de la droite de régression de chaque ligne de données et en utilisant la relation fonctionnelle idéale courant / tension dont la pente est  $\beta$ . A partir de ces transformations, les graphes de réponse des facteurs, l’analyse de variance ANOVA et les estimations de  $\beta$  peuvent être générés.

#### 4.2. Analyse de variances et graphes des effets :

Les analyses concernant  $\eta$  et  $\beta$  incluent :

- l’analyse de variance ANOVA qui permet de hiérarchiser les facteurs contrôlés selon leur importance relative,
- les graphes des niveaux des facteurs.

Le tableau 3 présente les tables ANOVA pour  $\eta$  and  $\beta$ .

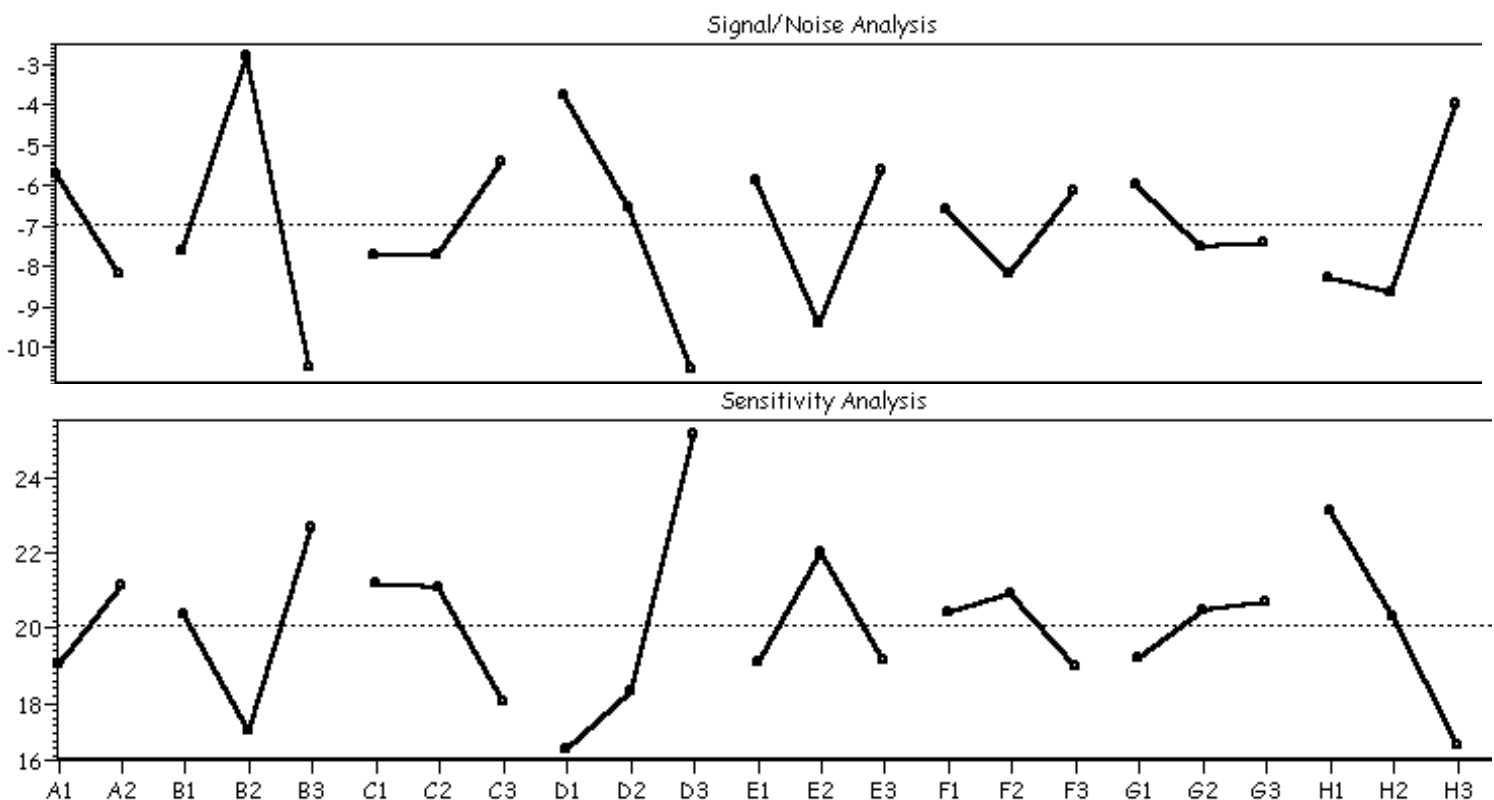
Source	Description des facteurs	$\eta = S/N$						$\beta$					
		ddl	S	V	F	S'	$\rho\%$	ddl	S	V	F	S'	$\rho\%$
A	Position des pastilles contact	1	27,3	27,3	4,8	21,6	<b>3,9</b>	1	20,0	20,0	4,0	15,1	<b>2,5</b>
B	Force du ressort de rappel	2	180,5	90,3	16,0	169,2	<b>30,8</b>	2	90,2	45,1	9,1	80,3	<b>13,5</b>
C	Ouverture du contact mobile	2	20,8	10,4	1,8	9,5	<b>1,7</b>	2	38,9	19,4	3,9	29,0	<b>4,9</b>
D	Ouverture du contact HE14	2	139,3	69,6	12,3	128,0	<b>23,3</b>	2	241,0	120,5	24,3	231,1	<b>38,8</b>
E	Epaisseur du revêtement Ag	2	54,7	27,3	4,8	43,4	<b>7,9</b>	2	33,2	16,6	3,3	23,3	<b>3,9</b>
F	Lubrification du contact commun	2	14,0	7,0				2	12,1	6,0			
G	Lubrification du contact HE14	2	8,6	4,3				2	7,8	3,9			
H	Hauteur de la came du CM	2	81,1	40,6	7,2	69,8	<b>12,7</b>	2	117,3	58,7	11,8	107,4	<b>18,0</b>
AxB	Interaction A, B	2	23,5	11,7	2,1	12,2	<b>2,2</b>	2	35,1	17,6	3,5	25,2	<b>4,2</b>
(e)	Résidus	4	22,6	5,6		96,0	<b>17,5</b>	4	19,8	5,0		84,3	<b>14,2</b>
Total	Total	17	549,7	32,3				17	595,7	35,0			

Tableau 3 : Analyse ANOVA pour le rapport Signal sur Bruit et pour  $10.\log\beta^2$

Le tableau 3 indique que les facteurs B, D et H sont très influents à la fois pour augmenter la robustesse du commutateur vis à vis des facteurs bruits et pour réduire la pente  $\beta$  de la fonction idéale.

Les graphes des effets des facteurs contrôlés pour  $\eta$  et  $\beta$  sont montrés dans la figure 3.

Figure 3 : graphes des effets des facteurs pour  $\eta = S/N$  et  $\beta$



#### 4.3. Résultats du plan d'expériences initial :

La combinaison optimisée des niveaux de facteurs est basée sur la valeur la plus basse du paramètre  $\beta$  et le rapport Signal sur Bruit  $\eta$  le plus haut. La priorité est de minimiser d'abord  $\beta$  d'abord et ensuite de rendre  $\eta$  maximum.

Le tableau 4 présente un résumé de la table ANOVA avec les indicateurs  $\rho\%$  et les niveaux optimaux des facteurs pour chaque caractéristique  $\eta$  et  $\beta$ .

**Tableau 4 : Synthèse du choix des niveaux optimisés**

Facteur	Description	S/N Niveaux optimaux	$\rho\%$	$\beta$ Niveaux optimaux	$\rho\%$	Meilleur choix
A	Position des pastilles contact	A1	3,41	A1	2,31	A1
B	Force du ressort de rappel	B2	9,73	B2	12,19	B2
C	Ouverture du contact mobile	C3	6,13	C3	3,41	C3
D	Ouverture du contact HE14	D1	43,13	D1	42,34	D1
E	Epaisseur du revêtement Ag	E3	14,35	E1	3,19	E3
F	Lubrification du contact commun	F3	12,75	F3		F3
G	Lubrification du contact HE14	G1	3,96	G1		G2
H	Hauteur de la came du CM	H3	5,61	H3	17,8	H3

Voyons maintenant comment transformer ce plan en PEFBD (§ 5.)

#### 5. Intégration de l'expérience des experts : le PEFBD [17][21][24][25][26]

La conception d'un produit repose en grande partie sur les connaissances de l'industriel. Le savoir des experts représente la capitalisation des connaissances de l'entreprise acquises au travers des précédents développements. Cependant, malgré cette capitalisation, on a souvent recours à une recherche expérimentale, ce qui n'est pas sans générer des coûts importants. En effet, au niveau de la conception des produits, chaque expérience est souvent un prototype.

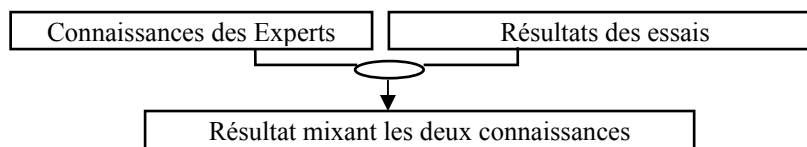
Nous sommes généralement en présence de deux connaissances :

- un résultat d'expériences issu d'un plan d'expériences ;
- une compétence d'experts sur le sujet.

Nous nous sommes donc posés la question suivante : comment utiliser au mieux ces deux connaissances pour les mixer et en établir une seule dont le degré de confiance serait élevée. Pour limiter le nombre d'essais, il faut être capable d'intégrer le savoir-faire des industriels dans les résultats. Cela permet de diminuer le nombre de prototypes à réaliser, et ainsi à diminuer considérablement les coûts de développement.

Il est proposé d'utiliser le théorème de Bayes pour mixer un résultat d'un plan d'expériences avec une estimation d'expert en utilisant pour cela des « expertons ». L'approche proposée est la suivante (figure 4) :

**Figure 4 : approche proposée**



Notre proposition consiste enrichir les données issues de plans d'expériences par les données des experts en mixant les deux connaissances. Cette proposition est originale, peu de méthodes proposent d'utiliser la combinaison de résultats d'essais et de données d'experts.

Le résultat de ce mixage entre ces deux types de données permettra d'accroître la confiance que l'on peut avoir dans les résultats des essais, et de renforcer ou d'infirmer les connaissances des experts.

La méthode des *Plans d'Expériences Flous Bayésien Dynamiques (PEFBD)* utilise les plans d'expériences dynamiques comme outil de base. Cet outil est complété par l'utilisation des expertons qui viennent de la logique floue. Afin de combiner les deux approches, nous utiliserons la technique bayésienne afin de combiner les matrices d'essais initiales avec les matrices d'experton représentant les connaissances *a priori* des experts. Le nombre d'expertons est fonction du nombre des niveaux des facteurs bruits et du nombre de niveaux du signal. Il y a autant d'expertons que de telles combinaisons.

#### 5.1. Méthode de Bayes appliquée aux expertons

Nous rappelons que la méthode de Bayes permet de combiner une probabilité *a priori* avec une probabilité expérimentale afin d'obtenir une probabilité *a posteriori*.

La théorie bayésienne combine une information objective (résultat d'essai) avec une information subjective (avis d'expert).

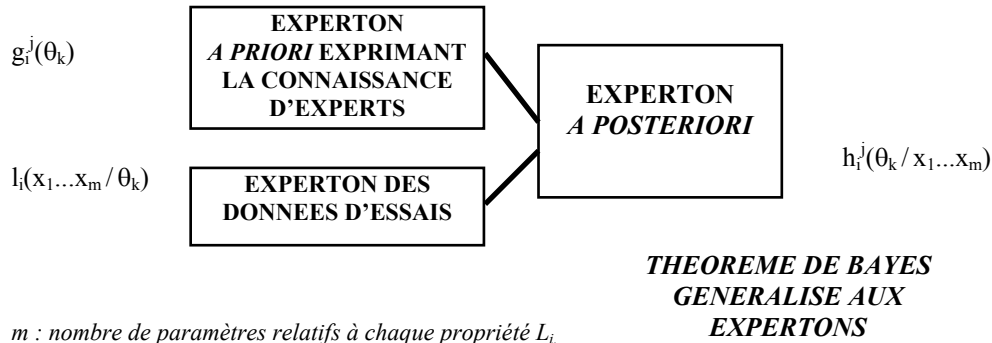
Nous avons généralisé la théorie bayésienne aux expertons. Dans le cas de variable discrètes, la formule de Bayes s'écrit de la façon suivante :

$$h(\theta / x_1 \dots x_n) = \frac{f(x_1 / \theta) \dots f(x_n / \theta) \cdot g(\theta)}{\sum_{\theta} f(x_1 / \theta) \dots f(x_n / \theta) \cdot g(\theta)}$$

- $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$  variables aléatoires indépendantes distribuées selon un paramètre  $\theta$
- $f(x/\theta)$  est la densité de probabilité donnée dans l'experton d'essai
- $g(\theta)$  est la densité de probabilité donnée dans l'experton issue du jugement des experts,
- $h(\theta/x_1\dots x_m)$  est alors la densité de probabilité de l'experton a posteriori obtenu en combinant  $f(x/\theta)$  et  $g(\theta)$

Nous proposons une extension de la formule de Bayes aux expertons selon le schéma suivant (figure 5) :

**Figure 5 : application de la formule de Bayes aux expertons**



Avec :  $m$  : nombre de paramètres relatifs à chaque propriété  $L_i$ ,  
 $i = 1$  à  $n$  (nombre de propriétés),  
 $j = 1$  à 2 (nombre de colonnes par propriété).

Pour chaque propriété  $L_i$  ( $i = 1$  à  $n$ ), l'experton *a posteriori* sera défini par la densité de probabilité suivante :

$$h_i^j(\theta_k / x_1 \dots x_m) = \frac{l_i(x_1 \dots x_m / \theta_k) \cdot g_i^j(\theta_k)}{\sum_k l_i(x_1 \dots x_m / \theta_k) \cdot g_i^j(\theta_k)} \quad \text{Equation 1}$$

- $i = 1$  à  $n$  ( $n$  propriétés) ;
- $k = 1$  à  $p$  ( $p$  valeurs de la variable  $\theta$ ) ;
- $j = 1$  pour la colonne de gauche relative à la propriété  $L_i$  ;
- $j = 2$  pour la colonne de droite relative à la propriété  $L_i$ .

### 5.2. Construction des expertons *a priori* (EPR)

Les experts se prononcent sur une série de propriétés  $L_1$  à  $L_n$  par rapport à un environnement donné (niveau de bruit, niveau de signal). L'experton *a priori* correspondant est un experton de densité de probabilité établi à l'aide des données d'experts.

Pour chaque propriété  $L_i$  ( $i=1$  à  $n$ ), la densité de probabilité relative aux valeurs minimales données par les experts sera notée  $g_i^1(\theta)$ , la densité de probabilité relative aux valeurs maximales sera notée  $g_i^2(\theta)$  (tableau 5).

Un experton *a priori* est établi par rapport à un niveau de bruit et de signal par analogie avec le plan d'expériences correspondant.

Experton a priori N°...			
Classes	...	$\theta_k$	...
Valeurs	...	a	...
...	...		
$L_i$	Min		
	Max		
	...		

$g_i^1(\theta_k)$

$g_i^2(\theta_k)$

**Tableau 5 : experton a priori (EPR)**

### 5.3. Construction des expertons des données d'essais (EDE)

Chacun des essais relatifs aux propriétés  $L_1$  à  $L_n$  correspond à une combinaison de paramètres (facteurs)  $X_1, X_2, \dots, X_m$ . Les valeurs prises par ces paramètres sont notées  $x_1, x_2, \dots, x_m$ . L'experton des données d'essais est un experton de densité de probabilité donnant la distribution de chacune des valeurs réponse.

De même que pour l'experton *a priori*, chaque experton est relatif à un niveau de bruit et de signal. Il correspond à une colonne réponse du plan d'expériences initial.

La densité de probabilité correspondant à cet experton est  $l_i(x_1 \dots x_m / \theta)$  (tableau 6). Elle s'exprime comme  $l_i(x_1 \dots x_m / \theta_k)$  avec :

- $i = 1$  à 4 (nombre de lignes);  $m = 1$  à 3 (nombre de facteurs);  $k = 1$  à 9 (nombre de classes  $\theta$ ).

Experton des données d'essai N°...				
Classes	...	$\theta_k$	...	
Valeurs	...	...	...	
...	...	...	...	
Li	Min			
	Max			
	...			

$l_i(x_1 \dots x_m / \theta_k)$

$l_i(x_1 \dots x_m / \theta_k)$

**Tableau 6 : experton des données d'essais (EDE)**

Chaque ligne est doublée en deux lignes identiques afin d'être compatible avec l'experton *a priori*.

Afin de combiner les résultats des essais avec la connaissance des experts, voyons comment combiner ces deux expertons en utilisant le théorème de Bayes.

#### 5.4. Construction de l'experton a posteriori (EPO)

Pour chaque propriété  $L_i$  ( $i = 1$  à  $n$ ), l'experton a posteriori est défini par la densité de probabilité calculé par l'équation 1. Nous en déduisons l'*experton a posteriori* (de densité de probabilité) issu du théorème de Bayes et représenté dans le tableau 7 :

Experton a posteriori N°...				
Classes	...	$\theta_k$	...	
Valeurs	...	...	...	
...	...	...	...	
Li	Min			
	Max			
	...			

$h_i^1(\theta_k / x_1 \dots x_m)$

$h_i^2(\theta_k / x_1 \dots x_m)$

**Tableau 7 : experton a posteriori (EPO)**

La réponse au plan d'expériences flou bayésien se déduit facilement de l'experton précédent en ne conservant que la valeur de classe ayant la densité de probabilité la plus forte.

Le plan d'expériences flou bayésien comportera deux types de réponses qui contiennent l'incertitude sur les résultats (minimum et maximum des estimations des experts). Cette incertitude se comporte comme un facteur bruit ; c'est une nouvelle dimension floue orthogonale ( $\phi$ ) envers laquelle on peut optimiser le produit. Mettons en application cette méthodologie pour l'optimisation du commutateur PROXIMA en prenant comme base le plan d'expériences dynamique initial du paragraphe §3.

#### 5.5. Application de la méthode à l'optimisation du commutateur PROXIMA :

L'entreprise dispose d'une grande expertise dans le domaine des commutateurs, et souhaite minimiser le nombre de prototypes à réaliser pour mettre au point un nouveau produit. Pour une question de coût et de délai, le plan d'expériences initial a été réalisé avec un seul commutateur par expérience ; il n'a pas été répété pour minimiser les coûts. Il est donc primordial de conforter ces résultats expérimentaux : pour cela, les jugements d'experts sont un moyen efficace qui met en avant l'expertise possédée par l'entreprise.

##### 5.5.1. Construction de l'experton a priori :

Pour formaliser la compétence des experts, nous avons demandé à 5 personnes compétentes de mettre deux notes de 0 à 20 dans chaque case prévue. La première note correspond à son estimation minimale, la seconde à son estimation maximale. Chaque expert remplit un tableau comme présenté ci-après (tableau 8).

L'expérience a montré qu'il est plus facile pour un expert de donner une note que de fixer le résultat attendu. Le fait de mettre une note de 0 à 20 est une convention, toute autre convention peut être retenue. Si un expert donne l'intervalle  $[0, 20]$ , cela signifie qu'il est incapable de prédire le résultat de l'expérience.



EXPERT # 1																	
									X	1				2			
									S	1		3		1		3	
									E	min	max	min	max	min	max	min	max
Nr	A	B	C	D	E	F	G	H	Evaluation expert								
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	4	0	4	2	6	4	8	
2	1	1	2	2	2	2	2	2	0	4	4	8	0	4	8	12	
3	1	1	3	3	3	3	3	3	0	4	0	4	0	4	4	8	
4	1	2	1	1	2	2	3	3	0	4	0	4	0	4	2	6	
5	1	2	2	2	3	3	1	1	0	4	0	4	2	6	4	8	
6	1	2	3	3	1	1	2	2	2	6	2	6	2	6	6	10	
7	1	3	1	2	1	3	2	3	0	4	2	6	2	6	4	8	
8	1	3	2	3	2	1	3	1	0	4	16	20	0	4	18	22	
9	1	3	3	1	3	2	1	2	0	4	0	4	0	4	4	8	
10	2	1	1	3	3	2	2	1	0	4	12	16	2	6	16	20	
11	2	1	2	1	1	3	3	2	0	4	2	6	2	6	6	10	
12	2	1	3	2	2	1	1	3	0	4	2	6	2	6	4	8	
13	2	2	1	2	3	1	3	2	0	4	2	6	2	6	4	8	
14	2	2	2	3	1	2	1	3	0	4	2	6	2	6	6	10	
15	2	2	3	1	2	3	2	1	0	4	0	4	2	6	4	8	
16	2	3	1	3	2	3	1	2	0	4	12	16	2	6	12	16	
17	2	3	2	1	3	1	2	3	0	4	0	4	2	6	4	8	
18	2	3	3	2	1	2	3	1	0	4	4	8	2	6	6	10	

Tableau 8 : tableau d'évaluation des experts

Pour combiner ces données avec les résultats d'essais, les notes sont converties en utilisant la transformation suivante :

$$\Delta V_{\text{exp}} = \Delta V_{\text{min}} + (\Delta V_{\text{max}} - \Delta V_{\text{min}}) \cdot E/20$$

Avec les notations suivantes

- $\Delta V_{\text{max}}$ : Valeur maximale de chute de tension obtenue dans le plan d'expériences
- $\Delta V_{\text{min}}$ : Valeur minimale de chute de tension obtenue dans le plan d'expériences
- E: Estimation de l'expert;
- $\Delta V_{\text{exp}}$ : Valeur calculée comme fonction de l'estimation E

Dans notre exemple, nous rappelons que cinq experts interrogés ont donné des notations. Une fois récupérées, les évaluations des experts sont converties en valeurs de  $\Delta V$ . Enfin, à partir de ces tableaux, on calcule par interpolation linéaire les valeurs correspondant au niveau manquant de S (niveau 2). Nous pouvons ainsi créer une statistique à partir de la fréquence d'apparition de chaque valeur.

Nous obtenons ainsi un tableau donnant la densité de probabilité relative à chaque valeur qui est l'experton *a priori* (EPR). Il y a autant d'expertons *a priori* que de combinaisons des facteurs R, S et T. Nous présentons ci-joint un de ces expertons, celui correspondant à la dernière combinaison des facteurs X et S. Pour faciliter la présentation, nous en avons supprimé certaines colonnes et certaines lignes (tableau 9).

La construction de l'experton des données d'essais est bâtie sur le même format : nous allons voir comment dans le paragraphe suivant (§ 5.5.2.).

Classes		$\theta_1$	...	$\theta_{40}$	$\theta_{41}$	$\theta_{42}$	$\theta_{43}$	$\theta_{44}$	$\theta_{45}$	$\theta_{46}$	$\theta_{47}$	$\theta_{48}$	$\theta_{49}$	$\theta_{50}$	$\theta_{51}$	$\theta_{52}$	$\theta_{53}$	$\theta_{54}$	...	$\theta_{125}$
Valeurs		80	...	275	280	285	290	295	300	305	310	315	320	325	330	335	340	345	...	700
L1	Min	0,6	...	0	0	0	0	0	0	0	0,4	0	0	0	0	0	0	0	...	0
	Max	0,2	...	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,4	0	0	0	...	0
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
L18	Min	0,2	...	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0
	Max	0,2	...	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0

Tableau 9 : experton *a priori*

### 5.5.2. Construction de l'experton des données d'essais :

En considérant que l'incertitude liée aux conditions d'essais suit une répartition gaussienne d'écart type  $\sigma_T$  défini, on construit la répartition de l'incertitude lié aux essais en introduisant une densité de probabilité dans chacune des classes. La valeur de  $\sigma_T$  est déterminée à partir de résultats d'essai sur des commutateurs de même type. Dans notre application, nous avons pris comme écart-type  $\sigma_T = 10$  mV.

Il y a autant d'expertons des données d'essais que de colonnes à droite du plan d'expériences. Nous présentons ci-joint un de ces expertons, celui correspondant à la dernière colonne du plans d'expériences. Pour faciliter la présentation, de même que pour l'EPR, nous avons supprimé certaines colonnes (tableau 10).

Classes	$\theta_1$	...	$\theta_{33}$	$\theta_{34}$	$\theta_{35}$	$\theta_{36}$	$\theta_{37}$	$\theta_{38}$	$\theta_{39}$	$\theta_{40}$	$\theta_{41}$	$\theta_{42}$	$\theta_{43}$	$\theta_{44}$	$\theta_{45}$	$\theta_{46}$	$\theta_{47}$	$\theta_{48}$	$\theta_{49}$	$\theta_{50}$	$\theta_{51}$	$\theta_{52}$	...	$\theta_{125}$
Valeurs	80	...	240	245	250	255	260	265	270	275	280	285	290	295	300	305	310	315	320	325	330	335	...	700
L1	0,00	...	0,00	0,01	0,03	0,06	0,12	0,18	0,20	0,18	0,12	0,06	0,03	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	...	0,00
	0,00	...	0,00	0,01	0,03	0,06	0,12	0,18	0,20	0,18	0,12	0,06	0,03	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	...	0,00
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
L18	0,00	...	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,03	0,07	0,13	...	0,00
	0,00	...	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,03	0,07	0,13	...	0,00

Tableau 10 : experton des données d'essais

Chaque ligne est partagée en deux demi-identiques afin d'être compatible avec l'experton *a priori*.

Nous avons ainsi mis les résultats des essais sous forme d'expertons, ainsi que les données des experts. Nous proposons de combiner ces deux expertons par la méthode de Bayes afin d'enrichir les résultats des essais par les estimations des experts.

### 5.5.3. Construction de l'experton a posteriori :

Pour chaque propriété  $L_i$  ( $i = 1$  à  $n$ ), l'experton a posteriori est défini par la densité de probabilité calculé à l'aide de l'équation 1, issue du théorème de Bayes. Il est formalisé dans le tableau 11 suivant dont nous avons supprimé quelques colonnes.

De même que pour les expertons précédents, il y a autant d'expertons a posteriori que de colonnes "réponses" du plan d'expériences. A partir de ces expertons, voyons comment est construit le PEFBD.

Classes	$\theta_1$	...	$\theta_{58}$	$\theta_{59}$	$\theta_{60}$	$\theta_{61}$	$\theta_{62}$	$\theta_{63}$	$\theta_{64}$	$\theta_{65}$	$\theta_{66}$	$\theta_{67}$	$\theta_{68}$	$\theta_{69}$	$\theta_{70}$	$\theta_{71}$	$\theta_{72}$	$\theta_{73}$	$\theta_{74}$	$\theta_{75}$	$\theta_{76}$	$\theta_{77}$	$\theta_{78}$	$\theta_{79}$	...	$\theta_{125}$
Valeurs	80	...	380	385	390	395	400	405	410	415	420	425	430	435	440	445	450	455	460	465	470	475	480	485	...	700
L1	0,00	...	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	...	0,00
	0,00	...	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	...	0,00
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
L18	0,00	...	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	...	0,00
	0,00	...	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	...	0,00

Tableau 11 : experton a posteriori

## 5.6. Expression du Plan d'Expériences Flous Bayésien Dynamique (PEFBD) :

Les réponses au Plan d'Expériences Flou Bayésien Dynamique se déduisent facilement des expertons a posteriori en ne conservant que les valeurs de classes ayant la densité de probabilité la plus forte. Chaque experton correspondant à une combinaison des facteurs S et X, les valeurs réponses sont déterminées colonne par colonne de manière itérative au fur et à mesure que les expertons sont créés. Pour assister ces calculs, nous avons créé un programme de calcul sous le logiciel EXCEL de Microsoft <sup>TM</sup>. En effet, il y a dans cette application 6 expertons de chaque type, ce qui induit un nombre considérable de calculs. Le plan d'expériences flou bayésien dynamique comporte deux tableaux réponses qui contiennent intrinsèquement l'incertitude sur les résultats : le tableau de réponses correspondant aux valeurs mini des experts et le tableau de réponses correspondant aux valeurs maxi des experts

Cette incertitude se comporte comme un facteur bruit, c'est une nouvelle dimension orthogonale contenant la dimension floue ( $\phi$  ou PHI) qui exprime l'incertitude. Le plan d'expériences correspondant est présenté dans le tableau 12.

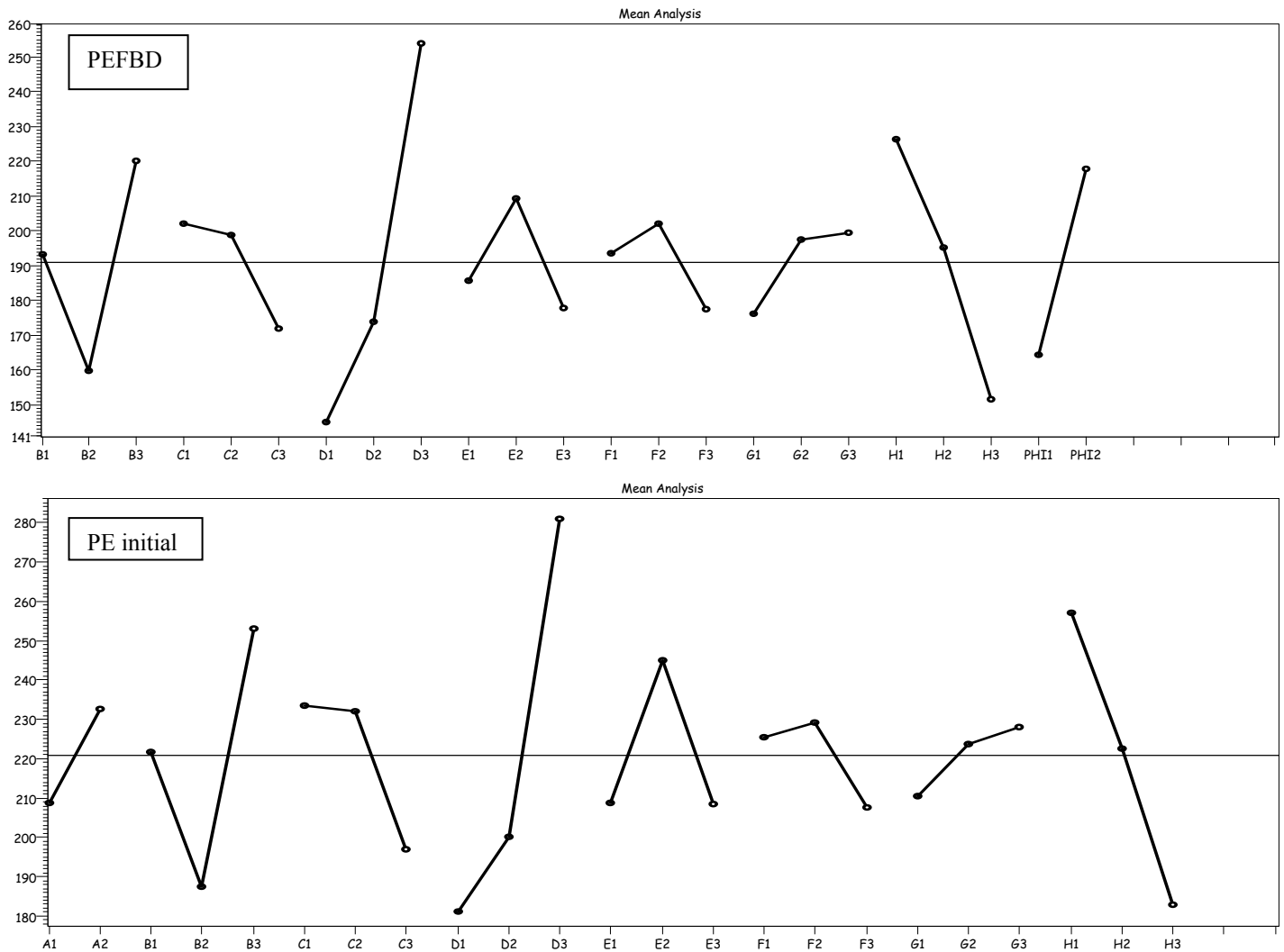
Le facteur flou se comporte comme un facteur bruit, et nous devons optimiser le système en présence de cette incertitude lié aux résultats. Le plus simple pour réaliser cette optimisation est d'utiliser la méthode dynamique proposée par Taguchi

								S	Signal	7.5 A				10 A				15 A				
								PHI	Facteur Flou	1		2		1		2		1		2		
								L8 ->	T	cycles	X1	X2	X1	X2	X1	X2	X1	X2	X1	X2		
									Z	vieillis.												
									N	conditions												
Groupe 1	A	B	C	D	E	F	G	H	Tension (mV)													
1	1	1	1	1	1	1	1	1	80	140	80	80	80	140	225	80	80	205	195	205	195	330
2	1	1	1	2	2	2	2	2	80	80	80	80	140	205	255	205	195	330	310	310	330	330
3	1	1	3	3	3	3	3	3	80	80	80	205	80	140	195	80	80	205	195	330	330	330
4	1	2	1	1	2	2	3	3	80	80	80	80	80	110	195	80	80	140	195	265	265	265
5	1	2	2	2	3	3	1	1	80	140	80	80	80	140	225	80	80	205	195	330	330	330
6	1	2	3	3	1	1	2	2	140	140	225	265	140	175	310	80	140	265	255	390	390	390
7	1	3	1	2	1	3	2	3	80	140	80	80	110	160	225	80	140	235	225	330	330	330
8	1	3	2	3	2	1	3	1	80	80	80	80	255	360	310	545	545	640	660	575	575	575
9	1	3	3	1	3	2	1	2	80	80	80	80	80	140	195	80	80	235	195	330	330	330
10	2	1	1	1	3	3	2	2	80	140	80	235	255	360	195	485	430	575	545	700	700	700
11	2	1	2	1	1	3	3	2	80	140	80	235	110	160	255	80	140	265	255	390	390	390
12	2	1	3	2	2	1	1	3	80	140	80	80	110	160	225	80	140	235	225	330	330	330
13	2	2	1	2	3	1	3	2	80	140	80	80	110	160	225	80	140	235	225	330	330	330
14	2	2	2	3	1	2	1	3	80	140	80	235	110	175	255	80	140	265	255	390	390	390
15	2	2	3	1	2	3	2	1	80	140	80	80	80	140	225	80	80	205	195	330	330	330
16	2	3	1	3	2	3	1	2	80	140	80	80	225	295	195	450	430	450	515	575	575	575
17	2	3	2	1	3	1	2	3	80	140	80	80	80	140	225	80	80	205	195	330	330	330
18	2	3	3	2	1	2	3	1	80	140	195	265	155	205	300	330	225	265	310	390	390	390

### 5.7. Analyse du Plan d'Expériences Flou Bayésien Dynamique :

Le traitement du PEFBD a été effectué avec la même méthodologie que celle appliquée dans le paragraphe §4. La figure 6 montre les effets des facteurs issus du PEFBD par rapport aux résultats issus du plan initial.

Figure 6 : comparaison des graphes des effets des facteurs du PE initial et du PEFBD



Les effets des facteurs sont sensiblement différents entre les résultats du plan d'expériences brut et ceux du plan d'expériences flou bayésien. La moyenne a été abaissée : les estimations des experts ont fait varier les effets.

On note également l'importance du facteur flou lié à l'incertitude des experts et à la dispersion attendue sur les résultats par rapport aux effets des facteurs.

#### 5.7.1. Analyse de l'impact sur S/N et $\beta$

Nous ne détaillerons pas les analyses de variance qui ont été effectués de la même façon que dans le paragraphe §4 pour le plan d'expériences dynamique initial. Elles montrent que deux facteurs significatifs pour S/N deviennent non significatifs (F et G).

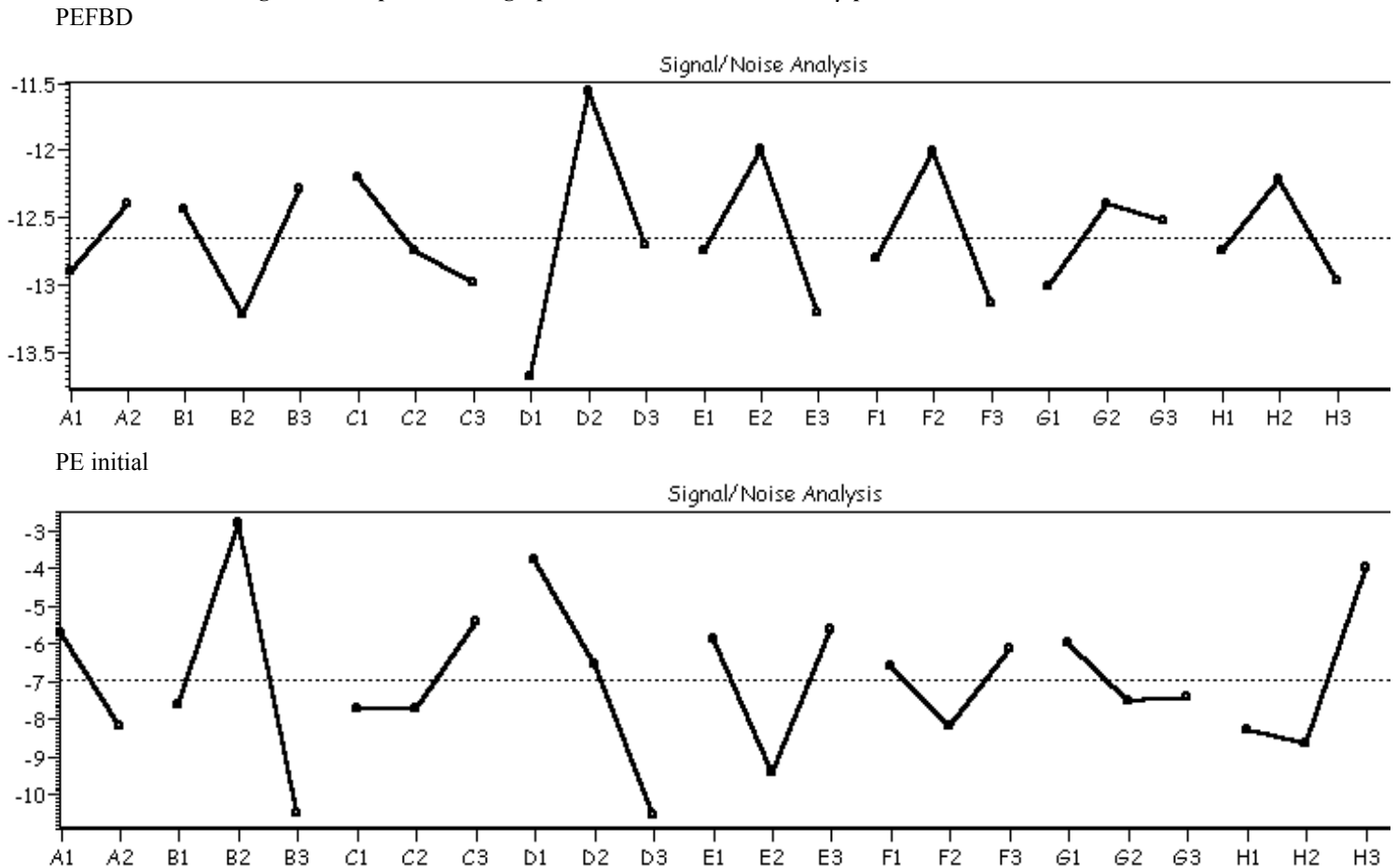
Les choix des niveaux optimisés des facteurs est présenté dans le tableau 13. On constate que les résultats sont différents de ceux issus du plan d'expérience initial.

Facteur	Description	S/N Niveaux optimaux	$\rho$ %	$\beta$ Niveaux optimaux	$\rho$ %	Meilleur choix
A	Position des pastilles contact	A2	3,9	A1	2,5	A2
B	Force du ressort de rappel	B3	30,8	B2	13,5	B3
C	Ouverture du contact mobile	C1	1,7	C3	4,9	C3
D	Ouverture du contact HE14	D2	23,3	D1	38,8	D2
E	Epaisseur du revêtement Ag	E2	7,9	E3	3,9	E2
F	Lubrification du contact commun	F2		F3		F3
G	Lubrification du contact HE14	G2		G1		G2
H	Hauteur de la came du CM	H2	12,7	H3	18,0	H2

Tableau 13 : Synthèse de l'ANOVA des niveaux optimisés pour le PEFBD

En ce qui concerne S/N, les graphes des effets des facteurs principaux sont présentés dans la figure 7. Les différences entre les deux graphes sont importantes.

D'autre part, la moyenne des valeurs est un plus faible, de même que les valeurs minimales des niveaux des facteurs, ce qui induira une valeur de S/N optimisée moins élevée que pour le plan initial. Les jugements ont fait augmenté globalement le bruit.

Figure 7 : comparaison des graphes des effets des facteurs sur  $\beta$  pour le PE initial et le PEFBD

### 5.8. Résultats de l'optimisation :

Les niveaux optimisés des facteurs ont été pris en compte afin d'optimiser le produit. Le tableau 14 présente la comparaison entre les résultats de obtenus à partir des commutateurs standards et optimisés.

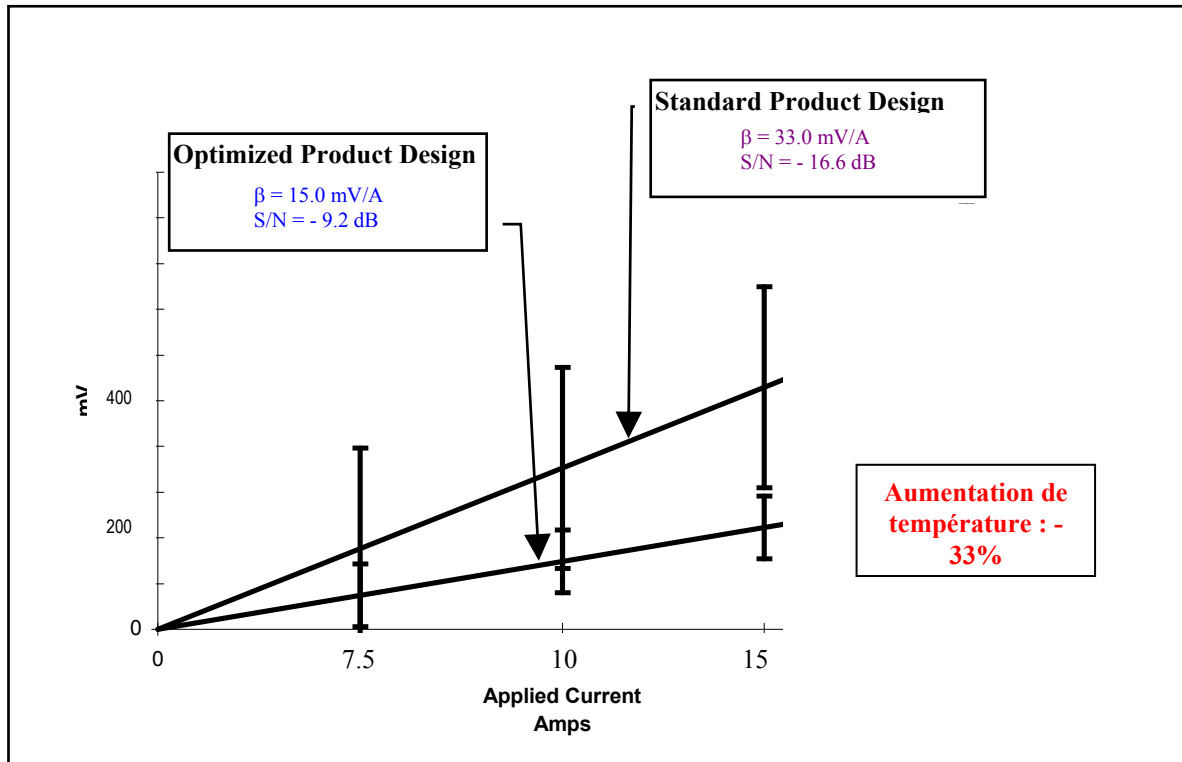
Produit	Valeurs issues du PE initial		Valeurs issues du PEFBD	
Produit initial non optimisé	S/N = - 16,6 dB	$\beta$ = 33,0 mV/A	S/N = - 16,6 dB	$\beta$ = 33,0 mV/A
Produit optimisé	S/N = 7,8 dB	$\beta$ = 5,8 mV/A	S/N = - 10,5 dB	$\beta$ = 20,2 mV/A
Gain	$\Delta$ S/N = 24,4 dB	$\Delta\beta$ = - 27,2 mV/A	$\Delta$ S/N = 6,1 dB	$\Delta\beta$ = - 12,8 mV/A

Tableau 14 : Comparaison entre les valeurs initiales et les valeurs issues des essais de confirmation

Dans le cas du PEFBD, le rapport Signal sur Bruit est augmenté de 6.1 dB et la pente de la fonction U/I décroît de 12.8 mV/A. Les performances sont moins augmentées que dans le cas du plan d'expériences initial mais elles tiennent compte des résultats des experts et correspondent mieux aux résultats réels. Elles résultent de toute façon en un commutateur beaucoup plus performant à la fois électriquement et thermiquement. La pente de courbe U/I est la résistance électrique interne du commutateur et la réduction de cette valeur réduit la perte d'énergie sous la forme d'échauffement inutile.

La figure 8 présente graphiquement l'amélioration réalisée comme résultat de l'effort de design.

**Figure 8 : Comparaison du produit optimisé par rapport au produit standard**



### 5.9. Etude des cas limites

Afin de valider la démarche des Plans d'Expériences Flous Bayésiens, nous avons étudié les cas limites qui pouvaient se poser. Nous avons notamment étudié le comportement du PEFBD dans les cas suivants :

- Les experts sont tous d'accord avec les résultats du plans. Dans ce cas trivial, il n'y a pas d'ambiguïté, les résultats finaux sont renforcés. Il n'y a pas lieu de confirmer les résultats ;
- Les experts sont d'accord entre eux, mais leur estimation est différente des résultats des essais. Dans ce cas, les estimations des experts apportent la pondération maximale aux résultats finaux ;
- Les experts ne sont pas d'accord entre eux. Dans ce cas les expertons *a priori* seront très dilués, et les données des essais prendront un poids important dans les expertons *a posteriori*.

Bien évidemment, dans chaque cas où on détecte un écart entre les résultats des essais et les résultats donnés par le plan d'expériences, une analyse est nécessaire afin de comprendre l'origine de cet écart. Eventuellement, dans ce cas, il convient de répéter le plan d'expériences afin d'augmenter la confiance dans les résultats d'essais

## 6. Conclusion

Les Plans d'Expériences Flous Bayésiens Dynamiques permettent de combiner deux types de données différentes :

- des résultats d'essais (dynamiques)
- des estimations d'experts

La combinaison est obtenue par l'utilisation originale de la formule de Bayes, qui a été généralisée pour s'appliquer aux cas des expertons.

En appliquant le principe des PEFBD à l'exemple des commutateurs, nous avons pu facilement enrichir les résultats des expériences par la connaissances des experts. Les experts ont, dans cette application, modifié les résultats du plan d'expériences initial. D'autres applications que nous avons traité montrent que, dans certains cas, les experts confirment les données d'essais.

Les modifications apportées au commutateur et à son processus de fabrication ont été effectuées conformément aux résultats du PEFBD. La qualité du commutateur a été augmentée et la fiabilité fortement améliorée, résultant en une maîtrise de l'échauffement parasite et de la chute de tension associée.

Une réduction de coût de presque 1 million de FF par an est attendue grâce à la diminution de la hauteur du contact en argent rendue possible comme résultat des modifications de design.

L'utilisation des PEFBD possède plusieurs avantages :

- toute la connaissance des experts acquise lors de la conception de produits similaires est utilisée dans l'optimisation des facteurs de conception ;
- elle permet de diminuer considérablement le nombre d'essais en évitant de coûteuses répétitions. L'intervalle de confiance est diminué par l'introduction de la connaissance des experts.
- Une dimension floue apparaît liée à l'incertitude sur les résultats. Cette dimension floue apparaît comme un facteur bruit. Il est ainsi possible, en utilisant l'approche des plans produits de Taguchi d'optimiser le résultat en diminuant l'influence de ce facteur bruit.
- L'analyse des différences entre les résultats des experts, et le plan d'expériences initial donne une information précieuse sur la cohérence des résultats, et sur le niveau de confiance de la connaissance des experts.

### Références bibliographiques

- [1] Box G.E.P., Hunter W.G., Hunter J.S., Statistics for experimenters, Wiley Interscience, 1978
- [2] Goupy J., La méthode des plans d'expériences (Optimisation du choix des essais et de l'interprétation des résultats), Editions Dunod/Bordas, 1988
- [3] ITT Statistical Group, Taguchi Methods, Volumes 1 and 2, ITT, 1989
- [4] ITT Defense & Electronics, Symposium Taguchi 94, ITT, Washington, October 1994
- [5] ITT Defense & Electronics, Symposium Taguchi 95, ITT, Washington, October 1995
- [6] Ozil P., Caire J.P., Modélisation empirique et plans d'expériences, Fascicule I : exposés théoriques, E.N.S. d'Electrochimie et l'Electrometallurgie de Grenoble, 1993
- [7] Pillet M., Introduction aux plans d'expériences par la méthode Taguchi, Les Editions d'Organisation Université, 1997
- [8] Pillet M., Regnier G., Les plans d'expériences : outil de la démarche expérimentale, Institut pour la promotion des Sciences de l'Ingénieur, Paris, 16 au 18 mai 1995
- [9] Reed T., Understanding Structured Experimentation : Design of Experiments and Taguchi's Methods, ITT Total Quality Management Group, 1993
- [10] Reed T., Parameter Design Using Taguchi's Method and the Role of Engineering Management, ITT Defense & Electronics, 1995
- [11] Sado G., Sado MC., Les plans d'expériences : de l'expérimentation à l'assurance Qualité, AFNOR Technique, 1991
- [12] Schimmerling M., La théorie des plans d'expériences, Direction de la Recherche, Renault, 1989
- [13] Taguchi G., System of experimental design, Engineering Methods to Optimize Quality and Minimize Costs, Volumes 1 et 2, American Supplier Institute, INC, 1987
- [14] Taguchi G., Taguchi Methods, American Supplier Institute, 1992
- [15] Taguchi G., Difference Between Science And Engineering, Signal to Noise Ratio, American Supplier Institute, 1995
- [16] Vigier M., Pratique des plans d'expériences (Méthodologie Taguchi), Editions d'organisation, 1988
- [17] Bouchon-Meunier B., La logique floue, Collection Que sais-je?, Presses Universitaires de France
- [18] Ligeron JC, Lyonnet P., La fiabilité en exploitation, Tomes 1 et 2, Editions Tec & Doc Lavoisier, 1992
- [19] Kaufmann A., Introduction à la théorie des sous-ensembles flous, vol.1, Editions Masson, 1973
- [20] Procaccia H., Piepszownik L., Fiabilité des équipements et Théorie de la décision statistique fréquentielle et bayésienne, Editions Eyrolles, 1992
- [21] Suhner M.C., Utilisation de l'analyse bayésienne pour optimiser la démarche de fiabilité. Application à l'automobile, Intégration au cycle de vie du produit et généralisation à la maintenance des équipements, Thèse, Université de Nancy I, 1994
- [22] Rochon S., Pillet M., Courtois A., Etude de cohérence entre la fiabilité prévisionnelle et la fiabilité opérationnelle : application à la conception robuste et fiable des produits, 1<sup>er</sup> Congrès multidisciplinaire de Sécurité de fonctionnement, Université de Compiègne, 17, 18 Novembre 1994
- [23] Rochon S., Burnel T., A three step method based on Taguchi design of experiments to optimize robustness and reliability of ultraminiature SMT tact switches : the top actuated KSR series, ITT Defense & Electronics, Symposium Taguchi 95, ITT, Washington, October 1995
- [24] Rochon S., Méthodologie de conception robuste et fiable des produits industriels associant l'approche expérimentale et l'expertise, Thèse, Université de Savoie, Juillet 96
- [25] Rochon S., Association de l'expérience et de l'expertise dans une méthode d'optimisation et de modélisation de la fiabilité basée sur l'utilisation des plans d'expériences, Université d'Eté du Pôle productique Rhône/Alpes, 4 Septembre 96
- [26] ITT Defense & Electronics, Symposium Taguchi 95, ITT, Washington, October 1996
- [27] Rochon S., Bouysses P., Optimization of the MSB series switch using Taguchi's parameter design method, ITT Defense & Electronics, International Symposium Taguchi 97, Washington, October 1997 – **Award obtained for this subject**
- [28] Rochon S., Pillet M., Optimisation de la conception des produits à l'aide des Plans d'Expériences Flous Bayésiens Dynamiques : application à la conception d'un commutateur électromécanique, Conférence SIA Suresnes, Mai 1999
- [29] Rochon S., Bouysses P., Optimization of the PROXIMA rotary switch using Taguchi's parameter design method, ITT Defense & Electronics, Symposium Taguchi 97, ITT, Washington, October 1999 – **Award obtained for this subject**